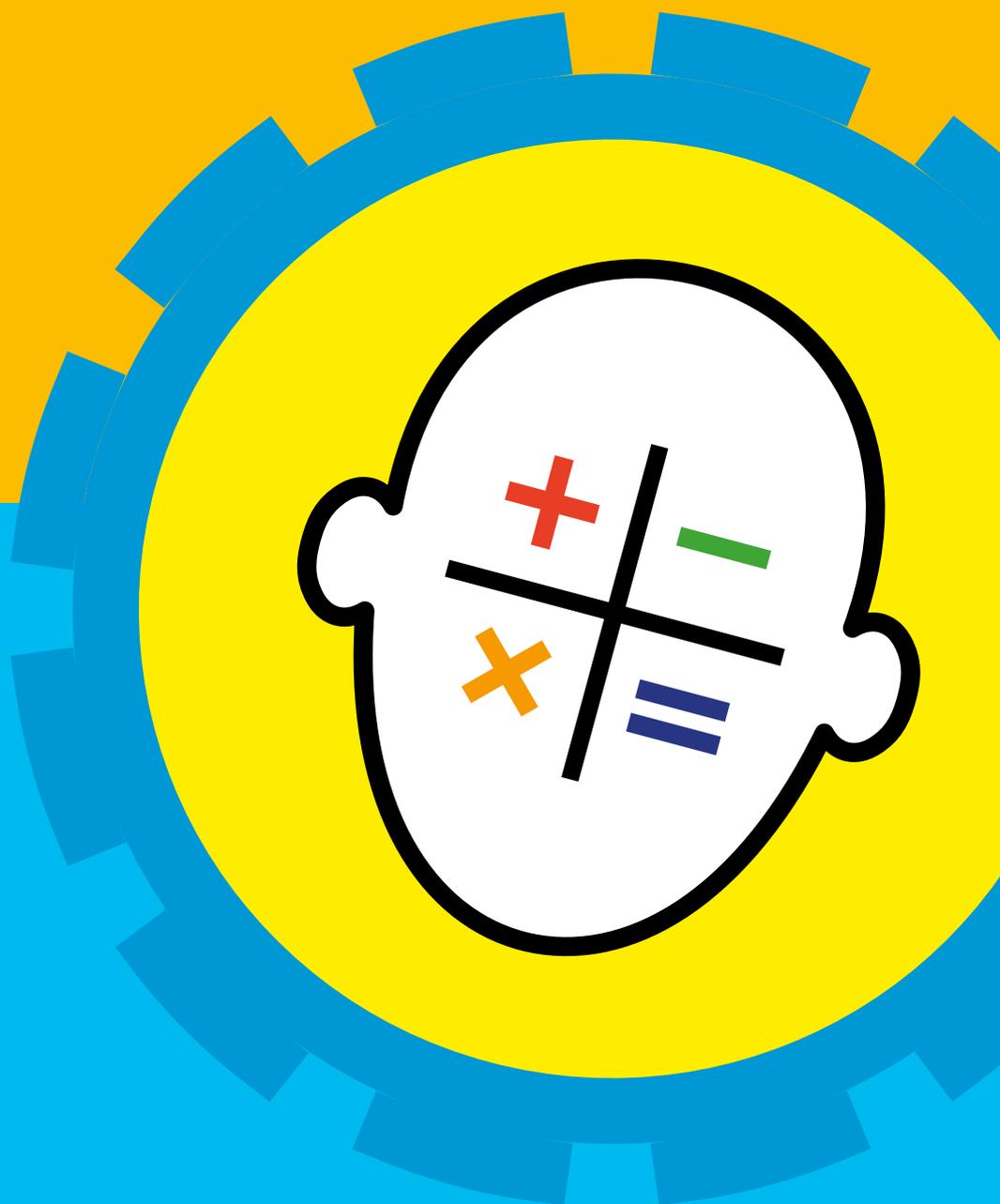


Des cailloux, du bois et des rubans

Le rôle de la virgule dans les nombres



à partir d'une démarche proposée par

Sophie Ferreira, Stéphanie Urbain et Yolande Boulanger,
Lire et Ecrire Centre Mons Borinage
Et adaptée par Delphine Versweyveld, Lire et Ecrire Namur

préambule

Cette séquence a été écrite dans le cadre d'une formation en didactique des mathématiques animée par Anne Chevalier. Le déroulé qui suit doit être adapté aux groupes que vous animez, à leurs projets, à leurs compétences en mathématiques, à l'oral et à l'écrit. Certains d'entre vous travailleront uniquement la première étape de la démarche et ceci en plusieurs séances, d'autres travailleront directement à la deuxième. A vous également d'organiser le temps, toujours, en fonction des savoirs des participants, de leur rythme d'apprentissage, des questions qui apparaissent... Cette démarche est une piste de travail et non pas un mode d'emploi.

contexte

Il s'agit d'un groupe d'apprenants scolarisés, pour la majorité, en Belgique.

Leur niveau en mathématiques est hétérogène mais tous ont acquis les compétences pré-numériques et sont dans la capacité de réaliser mentalement et/ou par écrit des additions et des soustractions de nombres entiers.

En numération, ils éprouvent des difficultés relatives aux fractions et aux nombres décimaux.

Il s'agit d'un groupe « Projet métier ».

émergence de la question mathématique

Suite à un test de positionnement en mathématique réalisé dans le groupe, les apprenants se sont rendus compte de leur difficulté à comprendre la valeur d'un nombre « à virgule ». Ils ne peuvent en outre inscrire ces nombres dans l'abaque.

Cette difficulté leur pose problème pour effectuer les opérations. Ils ne peuvent pas se présenter pour un test d'entrée dans une formation métier, par exemple, alors que c'est leur projet. Ils désirent donc travailler cette problématique.

objectifs

- Expliquer le rôle de la virgule dans un nombre
- Construire la notion de « plus petit que l'unité »

contenus mathématiques

La virgule

matériel

- Ruban
- Cordes
- Morceaux de bois
- Réglettes
- Pailles
- Élastiques
- Ciseaux
- Bandelettes de papier
- Récit (voir annexes)

déroulement

émergence

Les apprenants sont répartis en sous-groupes en veillant à mettre minimum deux personnes lectrices par sous-groupe.

Chaque sous-groupe reçoit un texte intitulé « l'histoire de la virgule » et un document avec 4 questions relatives à ce texte ; les questions sont différentes pour chaque sous-groupe et données de manière aléatoire (voir documents en annexe).

Le formateur lit le texte et ensuite chaque sous-groupe s'attache à répondre aux questions reçues.

Lors de la mise en commun, le formateur et le groupe résument oralement l'histoire avant d'en noter les étapes importantes au tableau.

Les réponses aux questions sont ensuite mises en commun et discutées.

Le formateur annonce que le groupe va se mettre dans la peau du personnage de l'histoire et tester les différents essais racontés dans l'histoire.

étape 1 : Expérimenter avec des bandelettes et de la ficelle

« Testez ce que notre ami a fait avec son ruban et observez votre expérience... »

Le formateur distribue aux apprenants des languettes de papier et des bouts de ficelle et donne comme consigne :

« Divisez en 10 parties égales le morceau de papier et le morceau de ficelle. » (Sans mesurer)

Après avoir laissé les apprenants manipuler les languettes et les morceaux de ficelle, le formateur met en commun et entame une discussion sur les différentes tentatives et expériences mises en œuvre.

« Comment avez-vous pratiqué ? Avez-vous rencontré des difficultés ? Si oui, lesquelles ? »

Voici les réponses du groupe :

- J'ai essayé de plier. Je n'ai pas réussi à avoir 10 morceaux.
- J'ai essayé de plier en 2 dans le sens de la largeur et puis de diviser en 5, mais ça ne tombait pas juste.
- J'ai plié en 2 puis en 4 mais j'avais 8... ça n'allait pas.
- J'ai donc fait au hasard.
- J'ai plié et ajusté pour avoir 10 bouts.
- Je me suis dit que la ficelle est égale à 10 et donc j'ai plié en 2 cela faisait 5, puis j'étais coincé.
- J'ai mesuré mon pouce et regardé le nombre de pouces mais ça n'allait pas.
- J'ai mesuré 2 doigts et ensuite tous les 2 doigts, j'ai fait un nœud. J'ai ajusté les nœuds.

Le formateur identifie, parmi les réponses et la discussion menée, 2 questions « mathématiques » :

- Après la virgule, c'est donc des morceaux de l'unité ?
- Mais comment peut-on appeler ces morceaux ?

Le formateur doit aussi amener la question du « pourquoi diviser en 10 » (alors que ce n'est pas évident comme le montre l'expérimentation et que diviser en multiples de 2 par exemple est beaucoup plus simple ?)

étape 2 : Expérimenter avec un morceau de bois et des réglettes

Le formateur distribue à chaque apprenant le matériel et donne la consigne suivante :

« De la même façon que l'a fait notre ami dans l'histoire avec un ruban, mesurez un morceau de bois avec les réglettes, le plus précisément possible et sans utiliser de règle. »

Après avoir laissé expérimenter les apprenants, le formateur récolte et écrit au tableau les résultats trouvés par les apprenants.

Exemples récoltés :

- Mon morceau de bois mesure :
- 4 réglottes et 6 morceaux 4,6
- 3 réglottes et 2 morceaux... 3,2
- 1 réglotte et 7 morceaux 1,7 (...)

A nouveau le formateur mène une discussion avec les apprenants et fait le lien avec la première expérience.

étape 3 : Lien avec le quotidien

Le formateur pose au groupe la question suivante :

« Dans votre vie de tous les jours, quand rencontrez-vous des nombres à virgules ? »

étape 4 : Evaluation formative et synthèse collective

Le formateur pose au groupe d'apprenants les questions suivantes :

« Qui peut reformuler ce que nous avons fait jusqu'ici ? Qu'avons-nous observé ? Qu'avons-nous manipulé ? Pourquoi avons-nous fait cela ? Qu'avons-nous découvert ? Que vous reste-t-il comme questions ? »

Le formateur réalise avec les apprenants une synthèse collective orale.

propositions de prolongement

Afin de continuer à manipuler et à s'approprier les notions de « virgule » et « plus petit que l'unité », le formateur propose au groupe les exercices suivants.

- Représentez sur la table :
 - 12,8 pailles
 - 12,50 languettes
 - ...
- Mesurez une feuille avec des cure-dents, donnez le résultat.

pour aller plus loin

B. Gueritte-Hess, *Au fait, c'est quoi pour vous la virgule en mathématiques ?* Éditions du Papyrus, 2010

annexes

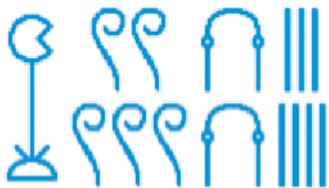
L'histoire « romancée » de la virgule¹

Il y a bien longtemps, les nombres n'existaient pas. A cette époque, on utilisait des cailloux pour représenter les quantités.

Par exemple, chaque matin, le berger, faisait sortir son troupeau de la bergerie et le soir, il le faisait rentrer. Mais comment être sûr qu'aucun mouton ne s'est égaré dans la journée ? Et bien pour ne pas perdre de moutons, il avait un sac et un tas de cailloux. Le matin, chaque fois qu'un mouton sortait de la bergerie, il mettait un caillou dans son sac. Le soir, chaque fois qu'un mouton rentrait dans la bergerie, il enlevait un caillou du sac. Ainsi, s'il lui restait des cailloux dans le sac, il savait qu'il lui manquait des moutons. Il pouvait même se représenter combien il lui en manquait.

En latin, caillou se dit calculus. C'est de là que vient le mot calcul.

Comme on ne trouvait pas de cailloux partout (en plus, ce n'est pas très pratique : pour compter le nombre de cheveux que l'on a sur la tête, il en faut beaucoup !), les hommes ont, petit à petit, inventé des symboles pour écrire les nombres. Longtemps, chaque peuple a eu ses propres symboles et sa façon de les placer.

Egyptiens		Pour mille cinq cent vingt-sept
Romains	MMMMDCCLXXXVIII	pour quatre mille cent quatre-vingt-huit
Indiens	1329	pour quatre mille trois cent vingt-neuf

Durant leurs conquêtes, les Arabes sont allés en Inde et comme ils ont trouvé la numération indienne astucieuse, ils l'ont utilisée et fait voyager avec eux. Et on a vécu comme cela pendant quelques centaines d'années. On pouvait compter les moutons, les gâteaux, les maisons,...

Et puis un jour, un homme a voulu mesurer un morceau de bois avec un ruban : Il a reporté plusieurs fois le ruban sur le morceau de bois. Mais arrivé au bout du morceau de bois ...problème !!! Le morceau de bois mesurait plus de 1 ruban, mais moins de 2 rubans. Ça n'allait pas. Ça n'était pas précis.

Alors, il a décidé de partager son ruban en 10 parties égales : un petit bout faisait un dixième de ruban, le ruban tout entier faisait dix dixièmes (voir texte complet...).

¹Résumé inspiré de *Une petite histoire de la virgule*
http://col89-debussy.ac-dijon.fr/IMG/pdf/une_petite_histoire_de_la_virgule_ap.pdf (consulté en août 2019).
 En fonction du niveau du groupe, ce résumé peut être étoffé.

Une fois rentré chez lui, il a essayé de mieux comprendre, et a tiré de nouvelles conclusions :

13 dixièmes de ruban = 1 ruban + 3 dixièmes de ruban
24 dixièmes de ruban = 2 rubans + 4 dixièmes de ruban
1 dixième de ruban
3 dixièmes de ruban
5 dixièmes de ruban
10 dixièmes de ruban, c'est-à-dire 1 ruban.

Après cette découverte, c'est l'écriture en fractions (1 3/10 par exemple) qui a été utilisée très longtemps. Et c'est seulement au 18ème siècle qu'est apparue la virgule.

Fiches des questions distribuées sans tenir compte de la suite logique du texte.

- 1 Au début qu'utilisait-on pour compter ?
- 2 Que faisait le berger pour compter les moutons ?
- 3 D'où vient le mot calcul ?
- 4 Pouvait-on tout compter avec des cailloux ? Donne un exemple.
- 5 Quelle numération ont repris les Arabes ?
- 6 Qu'a voulu mesurer un homme ?
- 7 Qu'a utilisé cet homme pour mesurer son morceau de bois ?
- 8 Utiliser un ruban pour mesurer était-ce facile ? Pourquoi ?
- 9 Quand une difficulté s'est-elle posée pour mesurer avec le ruban ?
- 10 Comment cet homme a-t-il fait pour mesurer plus précisément ?
- 11 Que se passe-t-il quand notre homme est rentré chez lui ?
- 12 Comment a-t-il séparé son ruban ?
- 13 Et comment a-t-il été plus loin ?